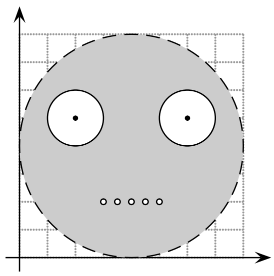
Topologia, Matematyka Finansowa, 22.12.2009

Zad 1. Udowodnić, że jeżeli (X, τ) jest przestrzenią topologiczną oraz A jest niepustym podzbiorem X, to para (A, τ_A), gdzie $\tau_A = \{U \cap A : U \in \tau\}$ stanowi przestrzeń topologiczną.

Zad 2. Niech $\mathbb{R}$ oraz $\mathbb{R}_l$ oznaczają odpowiednio prostą euklidesową oraz prostą z topologią zadaną przez bazę $\mathcal{B} = \{[a, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$. Zbadać ciągłość funkcji.

$$a)\ \ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_l, \ \ \text{gdzie } f(x) = |x|, \qquad a)\ \ f : \mathbb{R}_l \to \mathbb{R}, \ \ \text{gdzie } f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 1 \\ x-1, & x < 1 \end{cases}.$$

Zad 3. Naszkicować na płaszczyźnie euklidesowej domknięcie, wnętrze, brzeg oraz pochodną zbioru *Buźka* $= K_4(4, 4) \setminus A \cup \{(2, 5), (6, 5)\}$, gdzie $A = K_1(2, 5) \cup K_1(6, 5) \cup \left\{(3 + \frac{k}{2}, 2) : \ k = 0, 1, ..., 4\right\}$, patrz rysunek z prawej.



Zad 4. Wykazać, że funkcja

$$d(x, y) = \begin{cases} |x| + |y|, & x \neq y \\ 0, & x = y \end{cases}$$

jest metryką na $\mathbb{R}$ oraz wyznaczyć zbiory $K_1(0)$, $K_1(1)$ oraz $K_2(1)$. Znaleźć wszystkie jednoelementowe zbiory otwarte.

Zad 5. Sprawdzić, że rodzina $\mathcal{B} = \{[a, b] : \ a \leq b\}$, gdzie $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ jest bazą pewnej topologii na $\mathbb{R}$. Porównać tę topologię z topologią eduklidesową oraz topologią dyskretną.

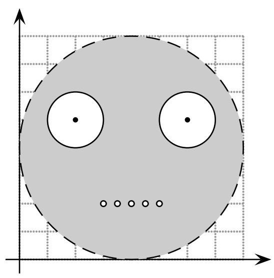
Topologia, Matematyka Finansowa, 22.12.2009

Zad 1. Udowodnić, że jeżeli (X, τ) jest przestrzenią topologiczną oraz A jest niepustym podzbiorem X, to para (A, τ_A), gdzie $\tau_A = \{U \cap A : U \in \tau\}$ stanowi przestrzeń topologiczną.

Zad 2. Niech $\mathbb{R}$ oraz $\mathbb{R}_l$ oznaczają odpowiednio prostą euklidesową oraz prostą z topologią zadaną przez bazę $\mathcal{B} = \{[a, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$. Zbadać ciągłość funkcji.

$$a)\ \ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_l, \ \ \text{gdzie } f(x) = |x|, \qquad a)\ \ f : \mathbb{R}_l \to \mathbb{R}, \ \ \text{gdzie } f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 1 \\ x-1, & x < 1 \end{cases}.$$

Zad 3. Naszkicować na płaszczyźnie euklidesowej domknięcie, wnętrze, brzeg oraz pochodną zbioru *Buźka* $= K_4(4, 4) \setminus A \cup \{(2, 5), (6, 5)\}$, gdzie $A = K_1(2, 5) \cup K_1(6, 5) \cup \left\{(3 + \frac{k}{2}, 2) : \ k = 0, 1, ..., 4\right\}$, patrz rysunek z prawej.



Zad 4. Wykazać, że funkcja

$$d(x, y) = \begin{cases} |x| + |y|, & x \neq y \\ 0, & x = y \end{cases}$$

jest metryką na $\mathbb{R}$ oraz wyznaczyć zbiory $K_1(0)$, $K_1(1)$ oraz $K_2(1)$. Znaleźć wszystkie jednoelementowe zbiory otwarte.

Zad 5. Sprawdzić, że rodzina $\mathcal{B} = \{[a, b] : \ a \leq b\}$, gdzie $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ jest bazą pewnej topologii na $\mathbb{R}$. Porównać tę topologię z topologią eduklidesową oraz topologią dyskretną.